**Quiz 3**

**Όνομα: Κοντογιώργη Ειρήνη**

**ΑΕΜ : 1011**

**1) a)**To gradient της συνάρτησης f (x) = (x^2 – 4y)^4 + exp(x^2 – 2y) υπολογίστηκε μέσω του MATLAB και είναι ίσο με :

gradf = [ 2\*x\*exp(x^2 - 2\*y) + 8\*(2\*x - 4\*y)^3, - 2\*exp(x^2 - 2\*y) - 16\*(2\*x - 4\*y)^3]

Η Ηessian της συνάρτησης είναι :

|  |  |
| --- | --- |
|  d2f/dx2 |  d2f/dxdy |
|  d2f/dydx |  d2f/dy2 |

Η = =

|  |  |
| --- | --- |
| 24(2x-4y)2  + 4x2ex^2 -2y | -96(2x-4y)2 - 4xex^2 – 2y |
| -96(2x-4y)2 - 4xex^2 – 2y | 192(2x-4y)2 + 4ex^2-2y |

 =

Διότι d2f/dx2  = 24(2x-4y)2  + 4x2ex^2 -2y

 d2f/dxdy = d2f/dydx = -96(2x-4y)2 - 4xex^2 – 2y

d2f/dy2 = 192(2x-4y)2 + 4ex^2-2y

**b)** Toπολυώνυμο Taylor δευτέρου βαθμού στο x0 = [1,1]T της παραπάνω συνάρτησης υπολογίζεται από τον τύπο :

 , όπου dx = x – x0 kai dy = y-y0. Και Po το σημείο (x0,y0) (εδώ το (1,1)Τ)

’Αρα, έχουμε από τον υπολογισμό της Έσσιαν παραπάνω τις τιμές για τους όρους του πολυωνύμου και έτσι ως τελικό αποτέλεσμα έχουμε το :

f(x,y) = f(1,1) + [(8(2x0-4y0)2  + 2x0 ex0^2 -2y0 )(x – x0) + [(-16(2x0-4 y0)3 – 2ex0^2-2y0)](y- y0) + ½! [(24(2x0-4 y0)2 + 4x02ex0^2 -2y0)(x- x0)2 + (192(2 x0 – 4 y0)2 + 4ex0^2 – 2y0)(y -y0)2  + 2(-96(2x0  - 4 y0)2 – 4x0ex0^2-2y0)(x- x0)(y- y0)=…=

= (4e -1- 48)x2 + (384 + 4e -1) y2  + (256 + 10e -1) + x(224 - 2e -1) - xy(334 + 4e -1) + 5e -1 + 256

**2**)**a)**H εφαρμογή ενός πλήρους βήματος Newton για την συνάρτηση f(x) = (x – 2y)^2 + ex φαίνεται παρακάτω:

 1.Αρχικά ορίσαμε το χ0 = (1,-1)Τ

 2.Υπολογισμός των f(1,-1), f’(1,-1 ) : f(1,-1) = (1+2)^2 + e =9+e και

 f’(1,-1) = df/dx = 2(1 +2) + e = 6+e

 3. Υπολογισμός του h = - f(1,-1) / f’(1,-1) =

 = - (9+e) / (6+e)

 4. x n+1 = 1 - (9+e) / (6+e)

 5. n = n+ 1

**b)** Αρχίζοντας με μία αρχική προσέγγιση την χ0 = (1,-1)Τ  του σημείου ελαχιστοποίησης της συνάρτησης βρίσκουμε την κατεύθυνση όπου η συνάρτηση μειώνει τα ελάχιστα.Στη συνέχεια κινούμαστε προς αυτή την κατεύθυνση με βήμα το α=1.Η διαδικασία επαναλαμβάνεται έως ότου η συνάρτηση δεν αλλάζει σημαντικά τιμή…

**5) α)** Τα ακρότατα της συνάρτησης f(x, y) = 3x2 – 12xy +19y2 -2x – 4y +5 υπολογίζονται παρακάτω :

df /dy = -12x +38y -4

df/dx = 6x – 12y -2 Λύνοντας το συστημα για εύρεση του σημείου :

-12x +38y -4 = 0

6x – 12y -2 = 0 , προκύπτει x = 62/49 ,y = 4/7

Άρα ακρότατο στο σημείο (62/49 , 4/7)

b)Τα ακρότατα της συνάρτησης g(s, t) = s3 + 3t2 + 12st + 2 υπολογίζονται παρακάτω:

dg/ds = 3s2 + 12t

dg/ dt = 6t +12s

3s2 + 12t = 0

6t +12s = 0 , προκύπτει s = 0 ή s = 8 και t = 0 ή t = -16

Άρα ακρότατα στο σημείο (0,0) και (8, -16)